Chương 4: Năng lượng - Điện thế

I. Dịch chuyển điện tích điểm trong điện trường

II. Tích phân đường

III. Hiệu điện thế - Điện thế

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

V. Gradient thế

VI. Lưỡng cực

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

I. Dịch chuyển điện tích điểm trong điện trường

- Xét một điện tích điểm *Q* dịch chuyển một đoạn *d***L** dưới tác dụng của điện trường **E**. Khi đó lực do điện trường tác động lên điện tích: $\mathbf{F}_E = Q\mathbf{E}$

- Thành phần lực điện trường theo hướng của *d***L**: $F_{EL} = \mathbf{F_E}.\mathbf{a}_L = Q\mathbf{E}.\mathbf{a}_L$

- Vậy lực cần tác dụng để dịch chuyển điện tích: $F_{td} = -Q\mathbf{E}.\mathbf{a}_L$

- Vậy công sinh ra để dịch chuyển điện tích điểm *Q* trong điện trường một đoạn *dL là*:

$$\boxed{dW = -Q\mathbf{E}.\mathbf{a}_L dL = -Q\mathbf{E}.d\mathbf{L}}$$

I. Dịch chuyển điện tích điểm trong điện trường

$$dW = -Q\mathbf{E}.d\mathbf{L}$$

- Công dịch chuyển điện tích *Q* bị triệt tiêu nếu:
  - *Q = 0*, **E** *= 0, L = 0 hoặc*
  - **E** vuông góc với *d***L**
- Xét điện tích điểm *Q* đứng yên trong không gian có điện trường **E**.
- Công dịch chuyển điện tích *Q* trong một quãng đường hữu hạn:

$$W = -Q\int_{\text{dau}}^{\text{cuoi}} \mathbf{E}.d\mathbf{L}$$

I. Dịch chuyển điện tích điểm trong điện trường

Ví dụ 4.1: Xét không gian có $\mathbf{E}=\frac{1}{z^2}\left(8xyz\mathbf{a_x}+4x^2z\mathbf{a_y}-4x^2y\mathbf{a_z}\right)V/m$. Tính vi phân công để dịch chuyển một điện tích *6nC* đi quãng đường dài 2μm từ điểm *P*(*2, -2, 3*) theo hướng: $\mathbf{A}=-\frac{6}{7}\mathbf{a_x}+\frac{3}{7}\mathbf{a_y}+\frac{2}{7}\mathbf{a_z}$

Giải:

$$\mathbf{E}_P=\frac{1}{z^2}\left(8xyz\mathbf{a_x}+4x^2z\mathbf{a_y}-4x^2y\mathbf{a_z}\right)\Big|_{P(2,-2,3)}=-10,67\mathbf{a_x}+5,33\mathbf{a_y}+3,56\mathbf{a_z}V/m$$

$$d\mathbf{L}=dL\mathbf{a}_L=2.10^{-6}\frac{-\frac{6}{7}\mathbf{a_x}+\frac{3}{7}\mathbf{a_y}+\frac{2}{7}\mathbf{a_z}}{\sqrt{\left(\frac{6}{7}\right)^2+\left(\frac{3}{7}\right)^2+\left(\frac{2}{7}\right)^2}}=-\frac{12}{7}\mathbf{a_x}+\frac{6}{7}\mathbf{a_y}+\frac{4}{7}\mathbf{a_z}(\mu m)$$

Vậy vi phân công dịch chuyển điện tích là:

$$dW=-Q\mathbf{E}_P.d\mathbf{L}=-6.10^{-9}(-10,67\mathbf{a_x}+5,33\mathbf{a_y}+3,56\mathbf{a_z})(-\frac{12}{7}\mathbf{a_x}+\frac{6}{7}\mathbf{a_y}+\frac{4}{7}\mathbf{a_z})=-149,37J$$

Chương 4: Năng lượng - Điện thế

I. Dịch chuyển điện tích điểm trong điện trường

II. Tích phân đường

III. Hiệu điện thế - Điện thế

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

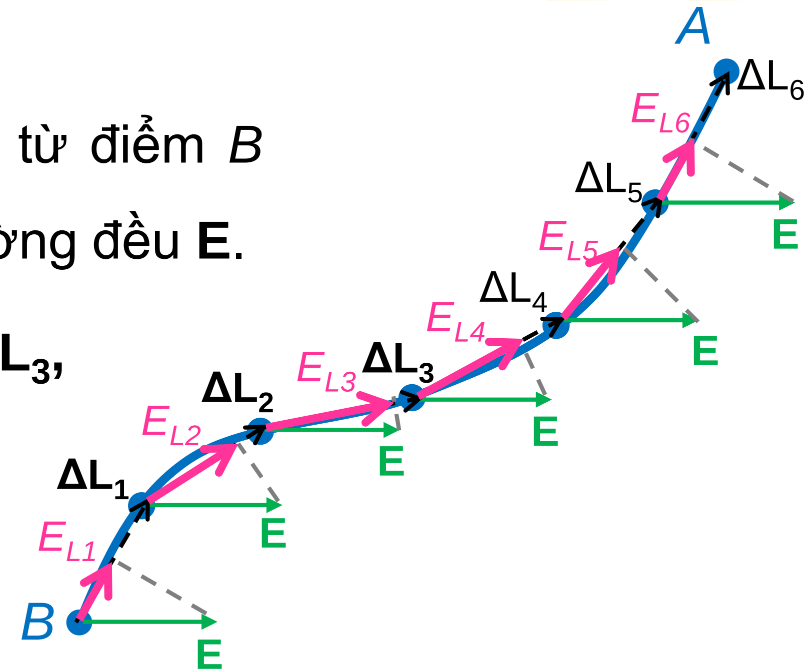
V. Gradient thế

VI. Lưỡng cực

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

II. Tích phân đường

- Xét công dịch chuyển điện tích điểm *Q* từ điểm *B* đến điểm *A* trong không gian có điện trường đều **E**.



- Chia *B-A* thành 6 đoạn: $\mathbf{\Delta L_1}$, $\mathbf{\Delta L_2}$, $\mathbf{\Delta L_3}$, $\mathbf{\Delta L_4}$, $\mathbf{\Delta L_5}$, $\mathbf{\Delta L_6}$
- Ứng với mỗi đoạn có: E_{L1}, E_{L2}, E_{L3}, E_{L4}, E_{L5}, E_{L6}
- Công dịch chuyển điện tích điểm *Q* từ *B* đến *A*:

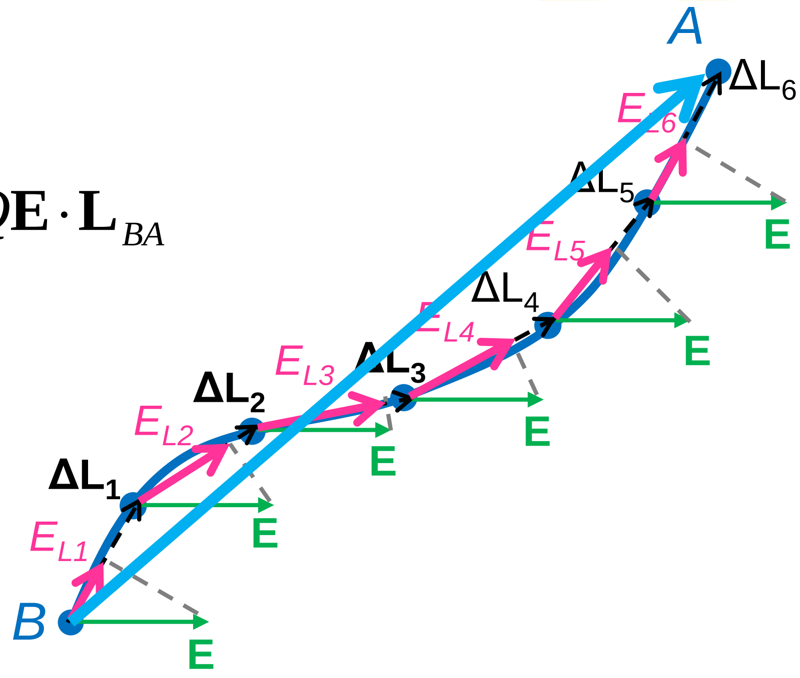
$$W = -Q(E_{L1}\Delta L_1 + E_{L2}\Delta L_2 + \ldots + E_{L6}\Delta L_6)$$

$$W = -Q(\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{\Delta L}_1 + \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{\Delta L}_2 + \ldots + \mathbf{E}_6 \cdot \mathbf{\Delta L}_6) = -Q\mathbf{E} \cdot (\mathbf{\Delta L}_1 + \mathbf{\Delta L}_2 + \ldots + \mathbf{\Delta L}_6)$$

$$W = -Q\mathbf{E} \cdot \mathbf{L}_{BA}$$

II. Tích phân đường

$$W = -Q\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L} \overset{do\ \mathbf{E}\ =\ const}{=} -Q\mathbf{E}\cdot\int_B^A d\mathbf{L} = -Q\mathbf{E}\cdot\mathbf{L}_{BA}$$



- **Nhận xét:** Công dịch chuyển điện tích điểm phụ thuộc:
  - *Giá trị điện tích điểm* *Q*
  - *Độ lớn của cường độ điện trường* **E** *(đều và không đều)*
  - *Khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối* $\mathbf{L}_{BA}$ (không phụ thuộc vào đường đi giữa 2 điểm *B*, *A*).

II. Tích phân đường

Ví dụ 4.2: Cho không gian biết **E** = y$\mathbf{a}_x$ + x$\mathbf{a}_y$ + 2$\mathbf{a}_z$. Xác định công dịch chuyển điện tích điểm *Q* = 2C từ điểm *B*(1, 0, 1) đến điểm *A*(0,8 ; 0,6 ; 1) theo đường cong: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 1$.

Giải:

- Áp dụng công thức: $W = -Q\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L}$ trong đó: $\mathbf{E} = y\mathbf{a}_x + x\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z$, $d\mathbf{L} = dx\mathbf{a}_x + dy\mathbf{a}_y + dz\mathbf{a}_z$

$$W = -Q\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L} = -2\int_B^A (y\mathbf{a}_x + x\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z)\cdot(dx\mathbf{a}_x + dy\mathbf{a}_y + dz\mathbf{a}_z)$$

$$W = -2\int_1^{0,8} y\,dx - 2\int_0^{0,6} x\,dy - 4\int_1^1 dz \quad \to W = -2\int_1^{0,8}\sqrt{1-x^2}\,dx - 2\int_0^{0,6}\sqrt{1-y^2}\,dy - 0$$

$$\to W = -\left[x\sqrt{1-x^2} + \sin^{-1}x\right]\Bigg|_1^{0,8} - \left[y\sqrt{1-y^2} + \sin^{-1}y\right]\Bigg|_0^{0,6} = -0,96J$$

II. Tích phân đường

Ví dụ 4.2: Cho không gian biết **E** = y$\mathbf{a}_x$ + x$\mathbf{a}_y$ + 2$\mathbf{a}_z$. Xác định công dịch chuyển điện tích điểm *Q* = 2C từ điểm *B*(1, 0, 1) đến điểm *A*(0,8 ; 0,6 ; 1) theo đường cong: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 1$.

Giải:

$$\mathbf{E} = y\mathbf{a}_x + x\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z$$

- Áp dụng công thức: $W = -Q\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L}$ trong đó: $d\mathbf{L} = dx\mathbf{a}_x + dy\mathbf{a}_y + dz\mathbf{a}_z$

$$W = -Q\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L} = -2\int_1^{0,8} y\,dx - 2\int_0^{0,6} x\,dy - 4\int_1^1 dz$$

- Đường thẳng nối 2 điểm B – A có phương trình:

$$y - y_B = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}(x - x_B) \quad \rightarrow y = -3(x-1)$$

$$\rightarrow W = -6\int_1^{0,8}(x-1)\,dx - 2\int_0^{0,6}\left(1 - \frac{y}{3}\right)dy = -0,96J$$

II. Tích phân đường

Công thức tính vi phân đường

- Hệ tọa độ Descartes:

$$\boxed{d\mathbf{L} = dx\mathbf{a_x} + dy\mathbf{a_y} + dz\mathbf{a_z}}$$

- Hệ tọa độ trụ tròn:

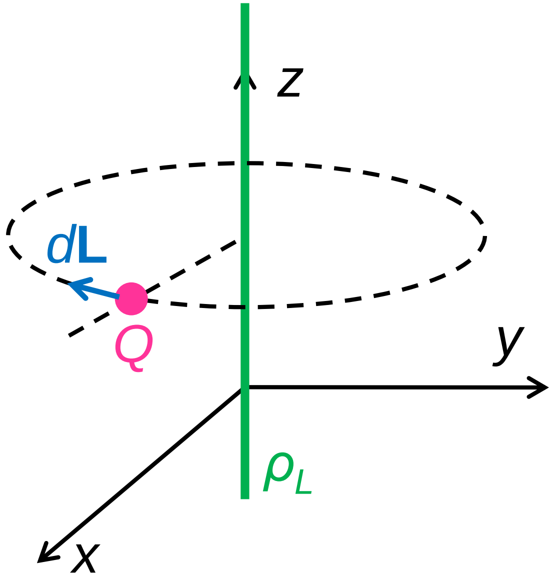
$$\boxed{d\mathbf{L} = d\rho\mathbf{a}_\rho + \rho d\varphi\mathbf{a}_\varphi + dz\mathbf{a_z}}$$

- Hệ tọa độ cầu:

$$\boxed{d\mathbf{L} = dr\mathbf{a}_r + rd\theta\mathbf{a}_\theta + r\sin\theta d\varphi\mathbf{a}_\varphi}$$

II. Tích phân đường

Ví dụ 4.3: Xét điện tích đường ρ_L nằm trên trục *z* trong chân không. Tính công di chuyển điện tích *Q* trên đường tròn bán kính *ρ*, tâm nằm trên trục *z* và trên mặt phẳng song song với mặt *Oxy*.



Giải:

➢ Áp dụng công thức tính công:

$$W = -Q\int_{\text{dau}}^{\text{cuoi}} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L}$$ trong đó:

$$d\mathbf{L} = d\rho\mathbf{a}_\rho + \rho d\varphi\mathbf{a}_\varphi + dz\mathbf{a}_\mathbf{z}$$

$$\mathbf{E} = E_\rho\mathbf{a}_\rho = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0\rho}\mathbf{a}_\rho$$

$$d\rho = 0$$

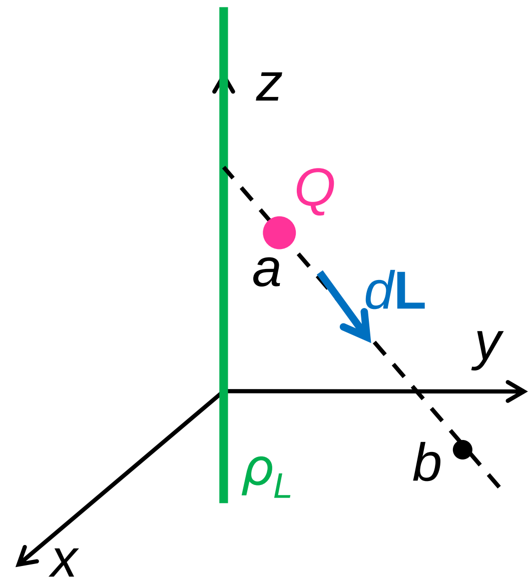
$$dz = 0$$

$$\rightarrow W = -Q\int_0^{2\pi}\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0\rho}\mathbf{a}_\rho\cdot\rho d\varphi\mathbf{a}_\varphi = -Q\int_0^{2\pi}\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}d\varphi\mathbf{a}_\rho\cdot\mathbf{a}_\varphi = 0$$

II. Tích phân đường

Ví dụ 4.4: Xét điện tích đường ρ_L nằm trên trục z trong chân không. Tính công di chuyển điện tích Q từ $\rho = a$ đến $\rho = b$.

Giải:



- Áp dụng công thức tính công:

$$W = -Q\int_{dau}^{cuoi} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L} \quad \text{trong do}$$

$$d\mathbf{L} = d\rho\mathbf{a}_\rho + \rho d\varphi\mathbf{a}_\varphi + dz\mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{E} = E_\rho\mathbf{a}_\rho = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0\rho}\mathbf{a}_\rho \qquad d\varphi = 0$$

$$dz = 0$$

$$\rightarrow W = -Q\int_a^b \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0\rho}\mathbf{a}_\rho \cdot d\rho\mathbf{a}_\rho = -Q\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{Q\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}$$

Chương 4: Năng lượng - Điện thế

I. Dịch chuyển điện tích điểm trong điện trường

II. Tích phân đường

III. Hiệu điện thế - Điện thế

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

V. Gradient thế

VI. Lưỡng cực

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

III. Hiệu điện thế - Điện thế

- ***Định nghĩa:*** Hiệu điện thế giữa 2 điểm *A* và *B* (V_{AB}) là công dịch chuyển một điện tích thử 1C trong điện trường **E** từ điểm *B* đến điểm *A*.

$$V_{AB} = -\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} \qquad \left[\frac{J}{C} = V \right]$$

- Nếu coi 1 điểm trong hệ thống có điện thế bằng 0 (*điểm tham chiếu*, *điểm "đất"* của hệ thống) thì hiệu điện thế của điểm khác so với điểm tham chiếu chính là *điện thế* (*điện thế tuyệt đối*) của chúng.

- Nếu biết thế V_A, V_B của 2 điểm A, B (chung *điểm tham chiếu*) thì hiệu điện thế giữa A và B (V_{AB}) được tính theo công thức:

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

III. Hiệu điện thế - Điện thế

Ví dụ 4.5: Tính hiệu điện thế giữa 2 điểm *A*, *B* cùng nằm trên 1 trục xuyên tâm có khoảng cách r_A, r_B đặt trong điện trường của một điện tích điểm *Q*.

- Chọn hệ tọa độ cầu có tâm trùng vị trí của điện tích điểm *Q*
- Vector cường độ điện trường do *Q* tạo ra: $\mathbf{E} = E_\rho \mathbf{a}_\rho = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathbf{a}_r$
- Hiệu điện thế V_{AB} là:

$$V_{AB} = -\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L} = -\int_{r_B}^{r_A} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

III. Hiệu điện thế - Điện thế

Ví dụ 4.6: Trong không gian có $\mathbf{E} = 6x^2\mathbf{a}_x + 6y\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z$ *V/m.*

a. Tính V_{MN} nếu $M(2, 6, -1)$, $N(-3, -3, 2)$

$$V_{MN} = -\int_N^M \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L} = -\int_N^M (6x^2\mathbf{a}_x + 6y\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z)\cdot(dx\mathbf{a}_x + dy\mathbf{a}_y + dz\mathbf{a}_z)$$

$$V_{MN} = -6\int_{-3}^{2} x^2dx - 6\int_{-3}^{6} ydy - 4\int_{2}^{-1} dz = -139V$$

b. Tính V_N nếu điểm $P(1, 2, -4)$ có $V_P = 2$

$$V_N = V_{NP} + V_P = 2 - \int_P^N \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L} = 2 - 6\int_{1}^{-3} x^2dx - 6\int_{2}^{-3} ydy - 4\int_{-4}^{2} dz = 19V$$

Chương 4: Năng lượng - Điện thế

I. Dịch chuyển điện tích điểm trong điện trường

II. Tích phân đường

III. Hiệu điện thế - Điện thế

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

V. Gradient thế

VI. Lưỡng cực

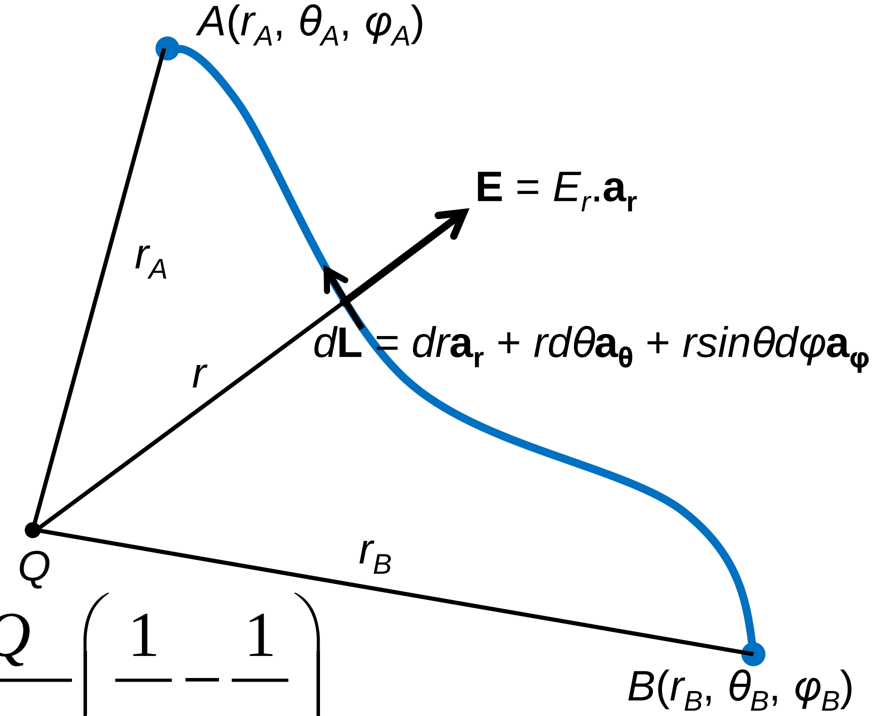
VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

1. Trường thế của điện tích điểm

- Ví dụ *4.5* đã chứng minh hiệu điện thế giữa 2 điểm *A*, *B* nằm trên trục xuyên tâm có khoảng cách r_A, r_B đặt trong điện trường của điện tích điểm *Q* được tính theo công thức:

$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

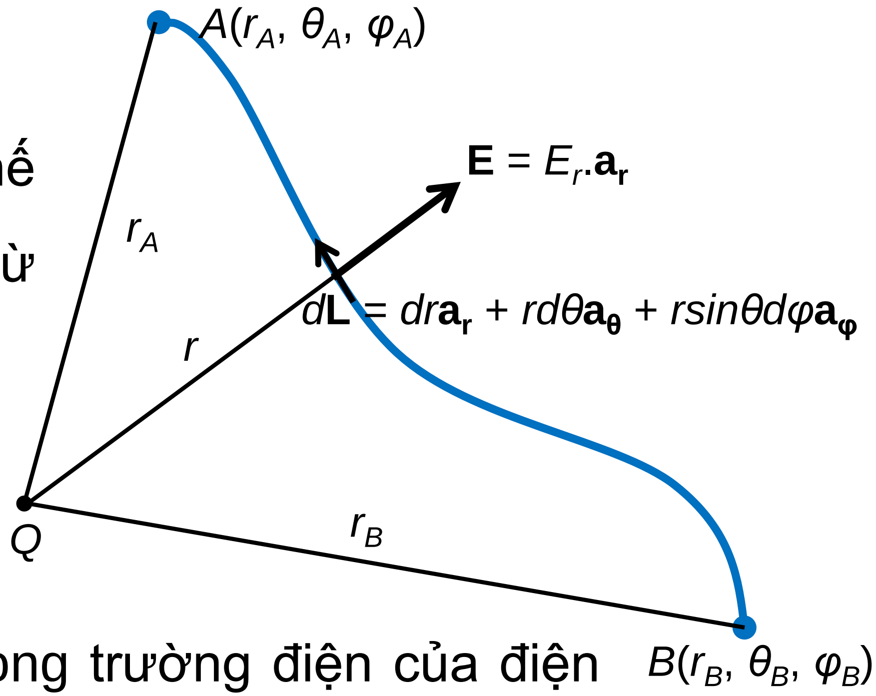


- Với 2 điểm A, B bất kỳ, hiệu điện thế để di chuyển điện tích điểm Q từ B đến A là:

$$V_{AB} = -\int_{r_B}^{r_A} E_r dr = -\int_{r_B}^{r_A} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

1. Trường thế của điện tích điểm



- Với 2 điểm A, B bất kỳ, hiệu điện thế để di chuyển một điện tích điểm Q từ B đến A là:

$$V_{AB} = -\int_{r_B}^{r_A} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

- Hiệu điện thế giữa 2 điểm bất kỳ trong trường điện của điện tích điểm chỉ phụ thuộc khoảng cách giữa 2 điểm đến điện tích điểm, không phụ thuộc vào quãng đường nối giữa 2 điểm.

- Coi $r_B = \infty$ và $V_B = 0$: $$\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$ (Trường thế của điện tích điểm)

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

1. Trường thế của điện tích điểm

$$\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

- Trường thế của điện tích điểm cho ta biết công để di chuyển điện tích thử *1C* từ xa vô cùng (điểm tham chiếu, *V* = 0) về điểm bất kỳ cách điện tích điểm một khoảng *r.*
- Trường thế của điện tích điểm: trường vô hướng, không có vector đơn vị.
- Gọi ***mặt đẳng thế*** là tập hợp tất cả các điểm có cùng điện thế → công dịch chuyển điện tích trên mặt đẳng thế bằng không.
- ***Mặt đẳng thế của điện tích điểm*** là các mặt cầu đồng tâm, có tâm trùng với vị trí của điện tích điểm đó.

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

1. Trường thế của điện tích điểm

Ví dụ 4.7: Cho *Q = 15nC* ở gốc tọa độ. Tính V_P nếu *P*(-2, 3, -1) và:

a. *V = 0* tại điểm *A*(6, 5, 4)

$$V_{PA} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_P} - \frac{1}{r_A}\right) = \frac{15.10^{-9}}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{4+9+1}} - \frac{1}{\sqrt{36+25+16}}\right) = 20,68V$$

b. *V = 0* tại vô cùng

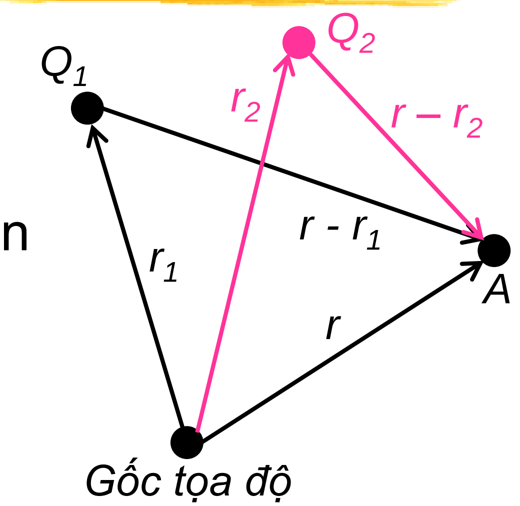
$$V_{PA} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_P} = \frac{15.10^{-9}}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{4+9+1}} = 36,1V$$

c. *V = 5* tại *B*(2, 0, 4)

$$V_P = V_{PB} + V_B = 5 + \frac{15.10^{-9}}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{4+9+1}} - \frac{1}{\sqrt{4+0+16}}\right) = 10,89V$$

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

2. Trường thế của hệ điện tích điểm



- Xét không gian, gồm điện tích điểm Q_1. Khi đó điện thế tại điểm A bất kỳ sẽ được tính theo công thức:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r_1}|}$$

- Nếu không gian có n điện tích điểm Q_1, Q_2, …, Q_n, điện thế tại A là:

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^{n} \frac{Q_k}{4\pi\varepsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r_k}|}$$

- Coi Q_k là một phần tử của phân bố điện tích khối liên tục $\rho_V \Delta v_m$:

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^{n} \frac{\rho_v(\mathbf{r_k})\Delta v_k}{4\pi\varepsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r_k}|} \xrightarrow{n\to\infty} V(\mathbf{r}) = \int_V \frac{\rho_v(\mathbf{r}')dv'}{4\pi\varepsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

2. Trường thế của hệ điện tích điểm

➢ Vậy trường thế của một vật mang điện:

❖ Có mật độ điện tích khối ρ_V:

$$V(\mathbf{r}) = \int_V \frac{\rho_v(\mathbf{r}')dv'}{4\pi\varepsilon_0 |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

❖ Có mật độ tích đường ρ_L (dây dẫn thẳng mang điện, dài vô hạn):

$$V(\mathbf{r}) = \int \frac{\rho_L(\mathbf{r}')dL'}{4\pi\varepsilon_0 |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

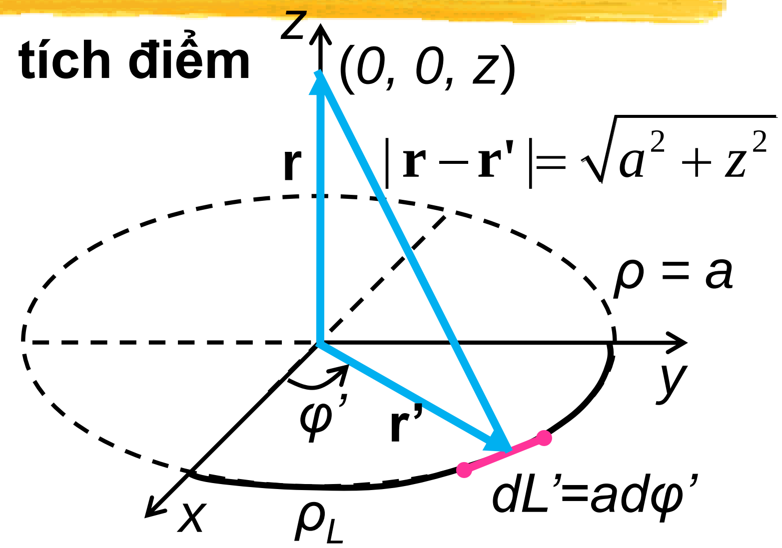
❖ Có mật độ điện tích mặt ρ_S (mặt tích điện, rộng vô hạn)

$$V(\mathbf{r}) = \int_S \frac{\rho_S(\mathbf{r}')dS'}{4\pi\varepsilon_0 |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

2. Trường thế của hệ điện tích điểm

Ví dụ 4.8: Tính thế điểm trên trục z trong trường của dây tròn ρ_L, bán kính *a*, thuộc mặt phẳng z=0



➢ Ta có công thức: $V(\mathbf{r})=\int \dfrac{\rho_L(\mathbf{r}')dL'}{4\pi\varepsilon_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$

trong đó: $dL'=ad\varphi'\ ;\ \mathbf{r}=z\mathbf{a_z}\ ;\ \mathbf{r}'=a\mathbf{a_\rho}$

$$\rightarrow|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|=\sqrt{a^2+z^2} \qquad \rightarrow V=\int_0^{2\pi}\frac{\rho_L a d\varphi'}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}}=\frac{\rho_L a}{2\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}}$$

➢ ***Nhận xét:***

❖ Điện thế tại 1 điểm là công sinh ra để đưa 1 điện tích thử từ vô cùng về điểm đó mà không phụ thuộc vào đường đi giữa chúng.

❖ Trường thế của một hệ nhiều điện tích điểm là tổng của các trường thế do từng điện tích điểm tạo nên.

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

2. Trường thế của hệ điện tích điểm

- Mặt khác, điện thế của điểm *A* bất kỳ được tính theo công thức:

$$V_A = -\int_{\infty}^{A} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$$

- Hiệu điện thế giữa *A và B* không phụ thuộc vào đường nối giữa *A* và *B*

$$V_{AB} = V_A - V_B = -\int_{B}^{A} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$$

- Đối với điện trường tĩnh (vector cường độ điện trường không thay đổi phương, hướng và độ lớn theo thời gian t):

$$\boxed{\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0}$$

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

2. Trường thế của hệ điện tích điểm

Ví dụ 4.9: Trong chân không, coi điểm vô cùng có thế bằng 0, tính điện thế điểm *A*(0, 0, 2) gây ra bởi vật mang điện:

a. Điện tích đường ρ_L = 12nC/m, tại ρ = 2,5m, z = 0

$$V_A = \frac{\rho_L a}{2\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}} = \frac{12.10^{-9}.2,5}{2\varepsilon_0\sqrt{2,5^2+2^2}} = 529,4V$$

b. Điện tích điểm Q = 18nC tại B(1, 2, -1)

$$V_A = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}_B|} = \frac{18.10^{-9}}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{1+4+9}} = 43,26V$$

Chương 4: Năng lượng - Điện thế

I. Dịch chuyển điện tích điểm trong điện trường

II. Tích phân đường

III. Hiệu điện thế - Điện thế

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

V. Gradient thế

VI. Lưỡng cực

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

V. Gradient thế

- Có 2 cách xác định điện thế tại một điểm gây ra bởi một vật mang điện:
  - Thông qua vector cường độ điện trường **E** ***(tích phân đường)***
  - Thông qua hàm phân bố mật độ điện tích ***(tích phân khối)***

- Tuy nhiên thực tế, giá trị của vector cường độ điện trường và hàm phân bố mật độ điện tích đều chưa biết.

- Trong nhiều trường hợp, ta đã biết điện thế của hai mặt đẳng thế. Khi đó cần xác định cường độ điện trường **E** hoặc phân bố mật độ điện tích của các mặt đẳng thế.

→ **Phương pháp gradient thế**

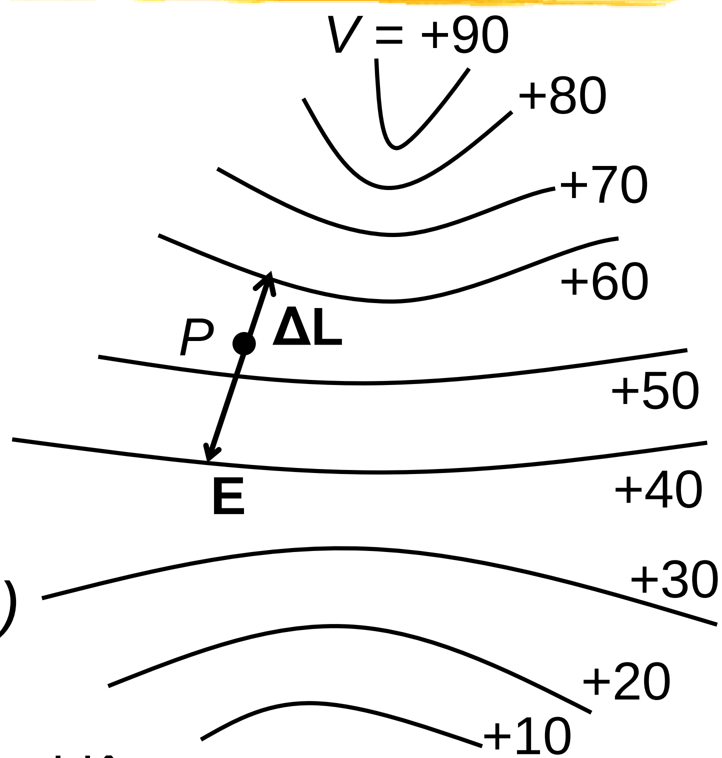
V. Gradient thế

- Xuất phát từ công thức: $V = -\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$
- Xét đoạn nhỏ **ΔL** rất nhỏ sao cho **E** = const:

$$\rightarrow \Delta V \simeq -\mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{L} = -E \Delta L \cos\theta$$

- Xét vi phân quãng đường *L*:

$$\frac{dV}{dL} = -E\cos\theta \rightarrow E = \left.\frac{dV}{dL}\right|_{max} \quad (\cos\theta = -1)$$

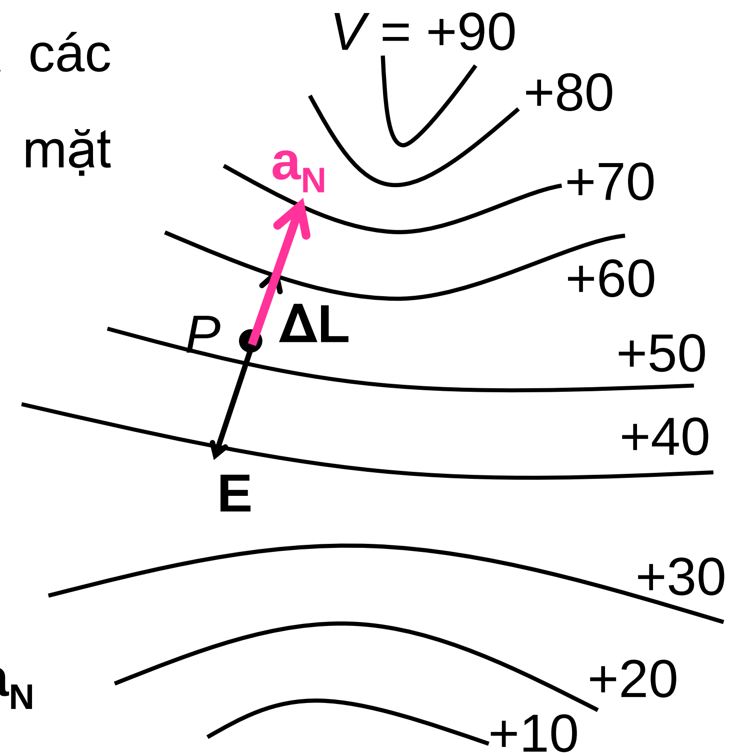


- Độ lớn của **E** bằng giá trị cực đại tốc độ biến thiên của điện thế theo khoảng cách.
- Giá trị cực đại đạt được nếu hướng của vi phân khoảng cách ngược hướng với **E** (hướng của **E** ngược với hướng tăng nhanh nhất điện thế).

V. Gradient thế

- Gọi $\mathbf{a}_N$ là vector pháp tuyến đơn vị của các mặt đẳng thế, và có hướng về phía các mặt đẳng thế có điện thế cao. Khi đó

$$\boxed{\mathbf{E} = -\left.\frac{dV}{dL}\right|_{max} \mathbf{a}_N}$$



- Do *dV/dL* → max khi d**L** cùng hướng với $\mathbf{a}_N$

$$\left.\frac{dV}{dL}\right|_{max} = \frac{dV}{dN} \rightarrow \boxed{\mathbf{E} = -\frac{dV}{dN}\mathbf{a}_N}$$

V. Gradient thế

- Định nghĩa toán tử *gradient* (grad) của một trường vector *T* bất kỳ:

$$\text{Gradient of } T = \text{grad } T = \frac{dT}{dN}\mathbf{a}_N$$

$\mathbf{a}_N$ là vector pháp tuyến đơn vị của các mặt đẳng thế, có hướng theo hướng tăng của trường vector *T*

- Vậy ta có: $\boxed{\mathbf{E} = -grad\ V}$

- Mặt khác ta có: *V = V(x, y, z)*

$$\to dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz$$

$$dV = -\mathbf{E}\cdot d\mathbf{L} = -E_x dx - E_y dy - E_z dz$$

$$\to \begin{cases} E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x} \\ E_y = -\dfrac{\partial V}{\partial y} \\ E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z} \end{cases}$$

- Suy ra:

$$\boxed{\mathbf{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{a}_z\right)} \qquad \boxed{grad\ V = \frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{a}_z}$$

V. Gradient thế

$$\boxed{grad\ V = \frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{a}_z}$$

- Mặt khác ta có

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{a}_z \quad \rightarrow \nabla T = \frac{\partial T}{\partial x}\mathbf{a}_x + \frac{\partial T}{\partial y}\mathbf{a}_y + \frac{\partial T}{\partial z}\mathbf{a}_z$$

- Vậy ta có: $\nabla T = grad\ T$

- Mặt khác: $\mathbf{E} = -grad\ V$

- Suy ra quan hệ giữa vector cường độ điện trường và trường thế:

$$\boxed{\mathbf{E} = -\nabla V}$$

V. Gradient thế

$$\boxed{\mathbf{E} = -\nabla V}$$

- **Hệ tọa độ Descartes**:

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{a_x} + \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{a_y} + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{a_z}$$

- **Hệ tọa độ trụ tròn:**

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial \rho}\mathbf{a}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\mathbf{a}_\varphi + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{a_z}$$

- **Hệ tọa độ cầu:**

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r}\mathbf{a_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\mathbf{a}_\varphi$$

V. Gradient thế

- Chú ý phân biệt 2 toán tử

❖ *Gradient:*

$$gradV = \nabla V = \frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{a_x} + \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{a_y} + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{a_z}$$

Gradient của một đại lượng vô hướng là một vector

❖ *Dive:*

$$div\mathbf{D} = \nabla.\mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

Dive của một đại lượng vector cho ta một giá trị vô hướng.

V. Gradient thế

Ví dụ 4.10: Xét một trường thế $V = 2x^2y - 5z$ và điểm $P(-4, 3, 6)$. Hãy tính điện thế, cường độ điện trường **E**, hàm mật độ dịch chuyển điện **D**, và hàm mật độ phân bố điện tích ρ_V tại *P.*

Giải:

- Điện thế tại *P:* $V_P = 2(-4)^2.3 - 5.6 = 66V$
- Vector cường độ điện trường **E** tại *P*:

$$\mathbf{E}_P = -\nabla V\Big|_{P(-4,3,6)} = -4xy\mathbf{a_x} - 2x^2\mathbf{a_y} + 5\mathbf{a_z}\Big|_{P(-4,3,6)} = 48\mathbf{a_x} - 32\mathbf{a_y} + 5\mathbf{a_z} V/m$$

- Hàm mật độ dịch chuyển: $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} = -35,4xy\mathbf{a_x} - 17,71x^2\mathbf{a_y} + 44,27\mathbf{a_z}\ pC/m^3$

$$\mathbf{D}\Big|_{P(-4,3,6)} = \varepsilon_0\mathbf{E}\Big|_{P(-4,3,6)} = 425\mathbf{a_x} - 283,3\mathbf{a_y} + 4,43\mathbf{a_z}\ pC/m^3$$

- Hàm mật độ phân bố điện tích khối ρ_V:

$$\rho_V = \left(\nabla\cdot\mathbf{D}\right)\Big|_{P(-4,3,6)} = \left(-35,4y\right)\Big|_{P(-4,3,6)} = -106,2\ pC/m^3$$

Chương 4: Năng lượng - Điện thế

I. Dịch chuyển điện tích điểm trong điện trường

II. Tích phân đường

III. Hiệu điện thế - Điện thế

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

V. Gradient thế

VI. Lưỡng cực

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

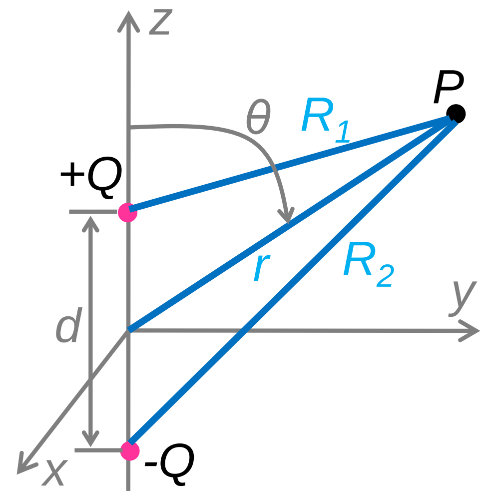
VI. Lưỡng cực

- Việc nghiên cứu hiện tượng lưỡng cực cho phép phân tích quá trình điện từ trong các chất điện môi đặt trong điện trường **E**.
- ***Lưỡng cực điện*** (*lưỡng cực*) là khái niệm để chỉ 2 điện tích điểm trái dấu, cùng độ lớn, đặt cạnh nhau sao cho khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn nhiều khoảng cách đến điểm cần xét ($\mathbf{E_P}$ hay V_P)
  - Điện thế của điểm $P(r, \theta, \varphi=-90^0)$:

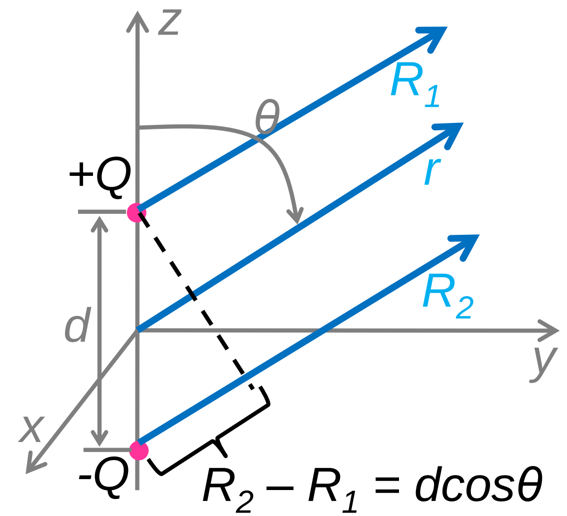
$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$

  - Xét quỹ tích các điểm có $z = 0 \rightarrow R_1 = R_2 \rightarrow V = 0$ *(điểm "đất")*
  - Nếu P càng xa vị trí lưỡng cực điện:

$$R_1 \simeq R_2 \quad \rightarrow V_P = 0$$



VI. Lưỡng cực



❖ Ở khoảng cách đủ gần, coi R_1 // R_2

$$\rightarrow R_2 - R_1 \simeq d\cos\theta$$

❖ Vậy thế tại P được tính theo công thức:

$$\boxed{V = \frac{Qd\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

(điểm tham chiếu: mặt phẳng z = 0)

❖ Áp dụng công thức tính **E** trong hệ tọa độ cầu:

$$\mathbf{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\mathbf{a_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\mathbf{a_\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\mathbf{a_\varphi}\right) = -\left(-\frac{2Qd\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{a_r} - \frac{Qd\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{a_\theta}\right)$$

$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{Qd}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos\theta\mathbf{a_r} - \sin\theta\mathbf{a_\theta}\right)}$$

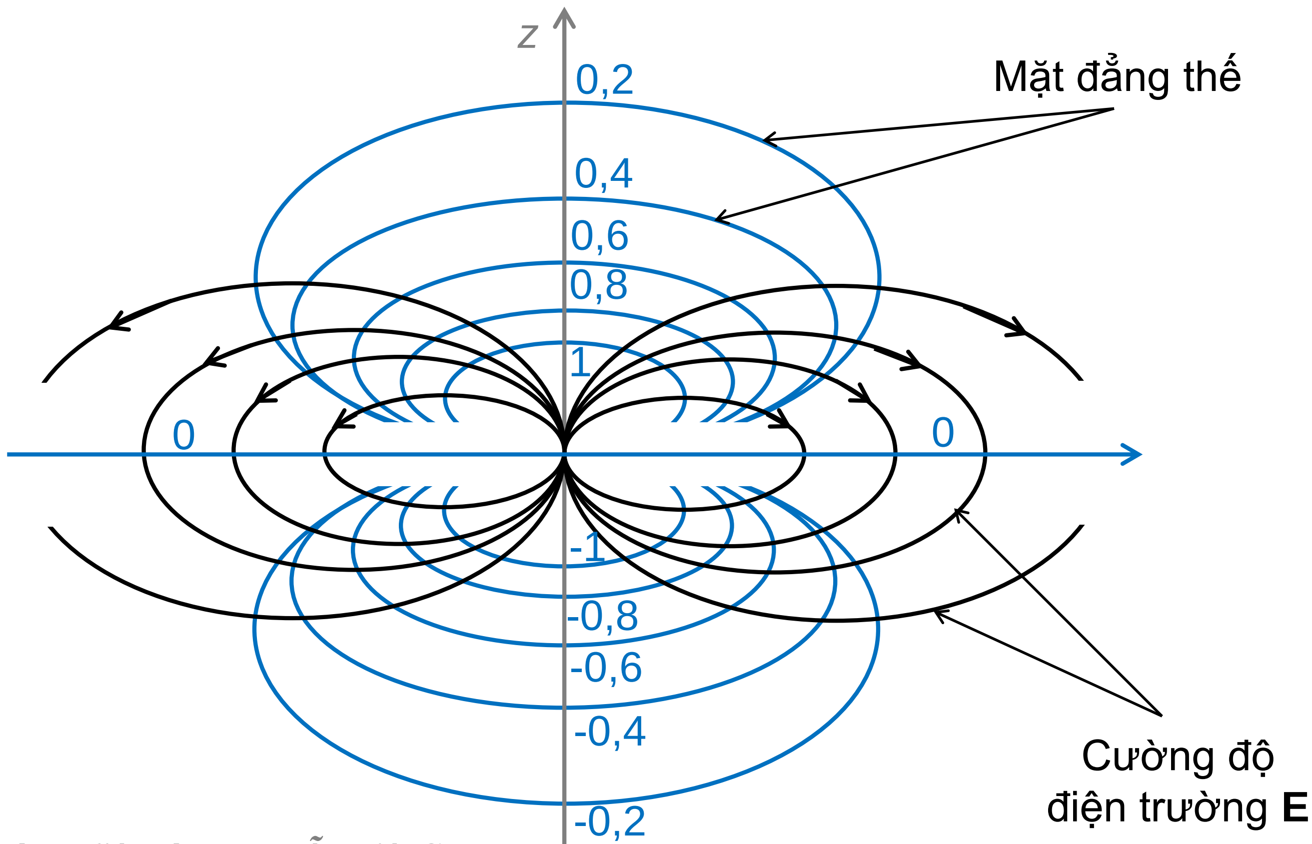
VI. Lưỡng cực

$$V = \frac{Qd\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

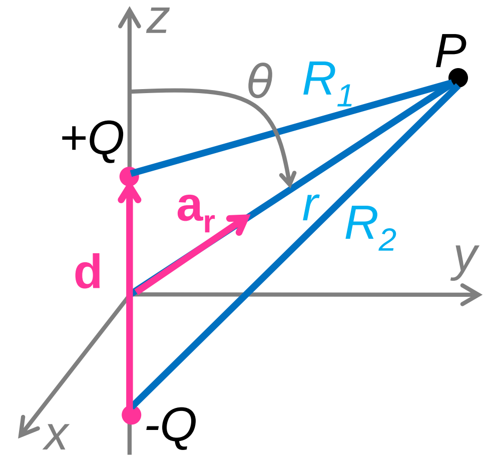
$$\mathbf{E} = \frac{Qd}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos\theta\mathbf{a_r} - \sin\theta\mathbf{a_\theta}\right)$$

Chọn $\longrightarrow$ $\frac{Qd}{4\pi\varepsilon_0} = 1$

$$\cos\theta = Vr^2$$



VI. Lưỡng cực



- Momen lưỡng cực điện: **p** = Q**d** [C.m]

$$V = \frac{Qd\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \xrightarrow{\mathbf{d}.\mathbf{a}_\mathbf{r} = d\cos\theta} V = \frac{\mathbf{p}.\mathbf{a}_\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\rightarrow \boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}\mathbf{p}.\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}$$

r: vector định vị P

r': vector định vị tâm lưỡng cực điện

- **Nhận xét:**
  - Điện thế V tại một điểm do lưỡng cực điện gây ra tỷ nghịch với bình phương khoảng cách.
  - Cường độ điện trường **E** tại một điểm do lưỡng cực điện gây ra tỷ nghịch với khoảng cách mũ ba.

VI. Lưỡng cực

Ví dụ 4.11: Một lưỡng cực điện đặt trong chân không, tại gốc tọa độ có momen lưỡng cực $\mathbf{p} = 3\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z$ nC.m.

a. Tính V tại $A(2, 3, 4)$

$$\mathbf{a}_\mathbf{r} = \frac{2\mathbf{a}_\mathbf{x} + 3\mathbf{a}_\mathbf{y} + 4\mathbf{a}_\mathbf{z}}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} \qquad r = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29}$$

➢ Áp dụng công thức:

$$V = \frac{\mathbf{p}.\mathbf{a}_\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{(3\mathbf{a}_\mathbf{x} - 2\mathbf{a}_\mathbf{y} + \mathbf{a}_\mathbf{z}).(2\mathbf{a}_\mathbf{x} + 3\mathbf{a}_\mathbf{y} + 4\mathbf{a}_\mathbf{z})}{4\pi\varepsilon_0\left(\sqrt{29}\right)^3} = 0,23$$

b. Tính V tại $B(r = 2,5\ ;\ \theta = 30^0\ ;\ \varphi = 40^0) \rightarrow B(0,96\ ;\ 0,8\ ;\ 2,17)$

$$\mathbf{a}_\mathbf{r} = \frac{0,96\mathbf{a}_\mathbf{x} + 0,8\mathbf{a}_\mathbf{y} + 2,17\mathbf{a}_\mathbf{z}}{\sqrt{0,96^2 + 0,8^2 + 2,17^2}} \qquad r = \sqrt{0,96^2 + 0,8^2 + 2,17^2} = 2,5$$

$$V = \frac{\mathbf{p}.\mathbf{a}_\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{(3\mathbf{a}_\mathbf{x} - 2\mathbf{a}_\mathbf{y} + \mathbf{a}_\mathbf{z}).(0,96\mathbf{a}_\mathbf{x} + 0,8\mathbf{a}_\mathbf{y} + 2,17\mathbf{a}_\mathbf{z})}{4\pi\varepsilon_0(2,5)^3} = 1,985V$$

VI. Lưỡng cực

Ví dụ 4.12: Một lưỡng cực điện đặt trong chân không, tại gốc tọa độ có momen lưỡng cực **p** = 6$\mathbf{a_z}$ nC.m. Tính **E** tại $A(r = 4\ ;\ \theta = 20^0\ ;\ \varphi = 0)$

$$D/S:\mathbf{E}=1,584\mathbf{a_r}+0,288\mathbf{a_\theta}\ V/m$$

Chương 4: Năng lượng - Điện thế

I. Dịch chuyển điện tích điểm trong điện trường

II. Tích phân đường

III. Hiệu điện thế - Điện thế

IV. Trường thế của điện tích điểm, hệ điện tích điểm

V. Gradient thế

VI. Lưỡng cực

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

- Nếu di chuyển Q_2 từ xa vô cùng vào không gian có điện trường tạo bởi Q_1 cố định, ta cần thực hiện một công.
  - Nếu Q_2 được giữ nguyên: Q_2 có thế năng
  - Nếu Q_2 được đặt tự do:
    - Q_2 dịch chuyển ra xa Q_1
    - Q_2 tích lũy động năng khi chuyển động (thế năng giảm).
- Cần xác định thế năng của một hệ điện tích điểm.

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

- Xét điện tích điểm Q_2 đặt trong không gian có điện trường của Q_1
- Gọi $V_{2,1}$ là điện thế tại vị trí của Q_2 do Q_1 tạo ra

Công di chuyển $Q_2 = Q_2V_{2,1}$

- Không gian có điện tích điểm Q_3

Công di chuyển $Q_3 = Q_3V_{3,1} + Q_3V_{3,2}$

- Không gian có điện tích điểm Q_4

Công di chuyển $Q_4 = Q_4V_{4,1} + Q_4V_{4,2} + Q_4V_{4,3}$

- Tổng công di chuyển = Thế năng của điện trường

$$W_E = Q_2V_{2,1} + Q_3V_{3,1} + Q_3V_{3,2} + Q_4V_{4,1} + Q_4V_{4,2} + Q_4V_{4,3} + \ldots$$

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

$$W_E = Q_2V_{2,1} + Q_3V_{3,1} + Q_3V_{3,2} + Q_4V_{4,1} + Q_4V_{4,2} + Q_4V_{4,3} + \ldots$$

- Mặt khác: $\left.\begin{array}{l} Q_3V_{3,1} = Q_3\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_{13}} \\ R_{13} = R_{31} \end{array}\right\} \rightarrow Q_3V_{3,1} = Q_1\dfrac{Q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_{31}} = Q_1V_{1,3}$

$$\rightarrow W_E = Q_1V_{1,2} + Q_1V_{1,3} + Q_1V_{1,4} + Q_2V_{2,3} + Q_2V_{2,4} + Q_3V_{3,4} + \ldots$$

$\rightarrow 2W_E = Q_1(V_{1,2} + V_{1,3} + V_{1,4} + \ldots) +$ $\qquad V_{1,2} + V_{1,3} + V_{1,4} + \ldots = V_1$

$Q_2(V_{2,1} + V_{2,3} + V_{2,4} + \ldots) +$ $\qquad V_{2,1} + V_{2,3} + V_{2,4} + \ldots = V_2$

$Q_3(V_{3,1} + V_{3,2} + V_{3,4} + \ldots) +$ $\qquad V_{3,1} + V_{3,2} + V_{3,4} + \ldots = V_3$

- Vậy ta có: $W_E = \dfrac{1}{2}(Q_1V_1 + Q_2V_2 + Q_3V_3 + \ldots) = \dfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} Q_kV_k$ $\rightarrow \boxed{W_E = \dfrac{1}{2}\int_V \rho_V V dv}$
- Để tính năng lượng vật mang điện, coi: $Q_k = \rho_V dv$

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

$$\boxed{W_E = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} Q_k V_k}$$

$$\boxed{W_E = \frac{1}{2}\int_V \rho_V V dv}$$

- Công thức cho phép tính thế năng của một hệ điện tích điểm, hoặc một vật mang điện có hàm mật độ phân bố điện tích khối ρ_V
- Công thức tính thế năng của vật mang điện có hàm mật độ phân bố điện tích khối ρ_V có thể coi là công thức tính thế năng tổng quát cho các vật mang điện khác nhau:
  - Điện tích điểm
  - Điện tích đường
  - Điện tích mặt

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

- Xét công thức: $W_E = \frac{1}{2}\int_V \rho_V V dv$
- Áp dụng phương trình Maxwell 1: $\rho_V = \nabla \cdot \mathbf{D}$

$$\left.\begin{matrix} W_E = \frac{1}{2}\int_V \rho_V V dv \\ \rho_V = \nabla \cdot \mathbf{D} \end{matrix}\right\} \rightarrow W_E = \frac{1}{2}\int_V (\nabla \cdot \mathbf{D}) V dv$$

- Mặt khác: $\nabla \cdot (V\mathbf{D}) = V(\nabla \cdot \mathbf{D}) + \mathbf{D} \cdot (\nabla V)$

$$\rightarrow W_E = \frac{1}{2}\int_V \left[\nabla \cdot (V\mathbf{D}) - \mathbf{D} \cdot (\nabla V)\right] dv$$

$$\leftrightarrow W_E = \frac{1}{2}\int_V \nabla \cdot (V\mathbf{D}) dv - \frac{1}{2}\int_V \mathbf{D} \cdot (\nabla V) dv$$

- Áp dụng định lý Dive: $\oint_S \mathbf{D}.d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{D} dv$
- Vậy ta có công thức: $W_E = \frac{1}{2}\oint_S (V\mathbf{D}) \cdot d\mathbf{S} - \frac{1}{2}\int_V \mathbf{D} \cdot (\nabla V) dv$

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

$$W_E = \frac{1}{2}\oint_S (V\mathbf{D})\cdot d\mathbf{S} - \frac{1}{2}\int_V \mathbf{D}\cdot(\nabla V)dv$$

- Ta có:

$V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$:suy giảm với tốc độ $\dfrac{1}{r}$

$\mathbf{D} = \dfrac{Q}{4\pi r^2}\mathbf{a_r}$:suy giảm với tốc độ $\dfrac{1}{r^2}$

d**S** : suy giảm với tốc độ r^2

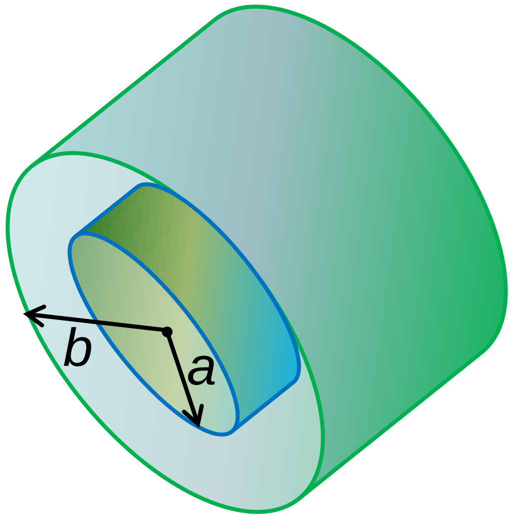
$$\rightarrow \frac{1}{2}\oint_S (V\mathbf{D})\cdot d\mathbf{S} = 0$$

- Vậy ta có: $W_E = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_V \mathbf{D}\cdot(\nabla V)dv$
- Theo công thức gradient thế: $\mathbf{E} = -\nabla V$

$$\rightarrow \boxed{W_E = \frac{1}{2}\int_V \mathbf{D}\cdot\mathbf{E}dv = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon_0 E^2 dv}$$

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

Ví dụ 4.13: Tính thế năng của cáp đồng trục (tụ) độ dài L, có mật độ phân bố điện mặt trong của cáp ρ_S



Cách 1:

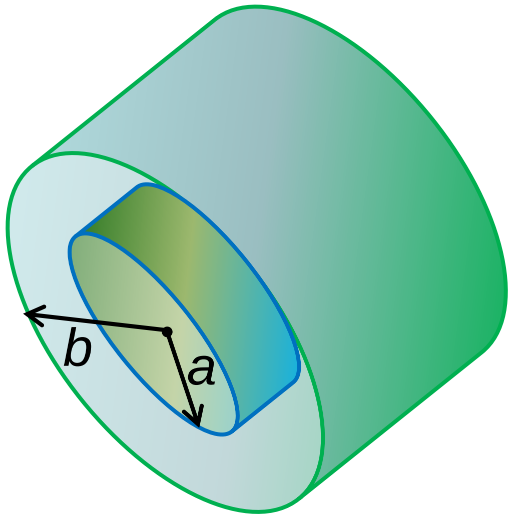
- Áp dụng công thức: $W_E = \dfrac{1}{2}\int\limits_V \varepsilon_0 E^2 dv$

trong đó: $D_\rho = \dfrac{a\rho_S}{\rho}(a < \rho < b) \quad \rightarrow \mathbf{E} = \dfrac{a\rho_S}{\varepsilon_0 \rho}\mathbf{a}_\rho$

$$W_E = \frac{1}{2}\int_0^L\int_0^{2\pi}\int_a^b \varepsilon_0 \frac{a^2\rho_S^2}{\varepsilon_0^2\rho^2}\rho d\rho d\varphi dz = \frac{\pi L a^2 \rho_S^2}{\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}$$

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

Ví dụ 4.13: Tính thế năng của cáp đồng trục (tụ) độ dài *L*, có mật độ phân bố điện mặt trong của cáp ρ_S



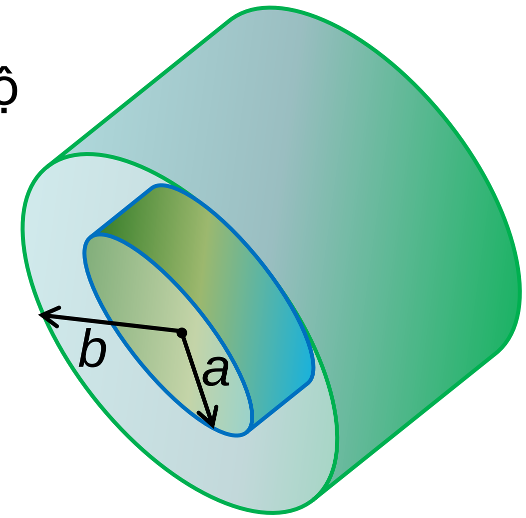
Cách 2:

- Áp dụng công thức: $W_E = \frac{1}{2}\int_V \rho_V V dv$
- Coi các điểm trên mặt ngoài của cáp là *điểm tham chiếu* (*V* = 0). Thế của các điểm trên mặt trong của cáp là:

$$\left.\begin{array}{l} V_{ab} = -\int_b^a \mathbf{E}\cdot d\mathbf{L} \\ V_b = 0 \end{array}\right\} \rightarrow V_a = -\int_b^a E_\rho d\rho = -\int_b^a \frac{a\rho_S}{\varepsilon_0 \rho} d\rho = \frac{a\rho_S}{\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}$$

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

Ví dụ 4.13: Tính thế năng của cáp đồng trục (tụ) độ dài *L*, có mật độ phân bố điện mặt trong của cáp ρ_S



Cách 2: $W_E = \dfrac{1}{2}\int\limits_V \rho_V \dfrac{a\rho_S}{\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a}dv$

$$\rho_V = \frac{\rho_S}{t}, a - \frac{t}{2} \le \rho \le a + \frac{t}{2}, t << a$$

$$\rightarrow W_E = \frac{1}{2}\int\limits_{z=0}^{z=L}\int\limits_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi}\int\limits_{\rho=a-\frac{t}{2}}^{\rho=a+\frac{t}{2}} \frac{\rho_S}{t} a \frac{\rho_S}{\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}\rho d\rho d\varphi dz = \frac{\pi L a^2 \rho_S^2}{\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}$$

- Chú ý:
  - Tổng điện tích lõi cáp: $Q = 2\pi a L \rho_S$
  - Điện thế lõi cáp: $V_a = \dfrac{a\rho_S}{\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a}$

$$\left.\begin{matrix} Q = 2\pi a L \rho_S \\ V_a = \dfrac{a\rho_S}{\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a} \end{matrix}\right\} \rightarrow W_E = \frac{1}{2}QV_a = \frac{\pi L a^2 \rho_S^2}{\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}$$

Năng lượng của tụ

VII. Mật độ năng lượng trong trường tĩnh điện

Ví dụ 4.14: Tính năng lượng W_E của một vật mang điện 2mm < r < 3mm, 0 < θ < 90^0, 0 < φ < 90^0 trong chân không, biết trường thế V:

a. $\dfrac{200}{r}V$

b. $\dfrac{300\cos\theta}{r^2}V$